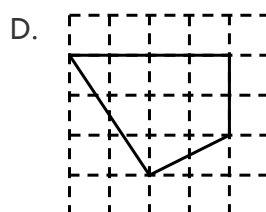
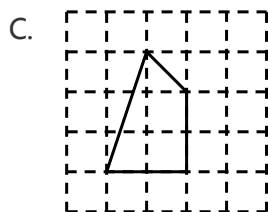
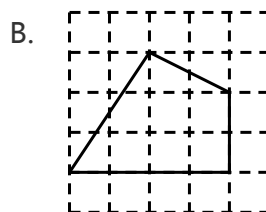
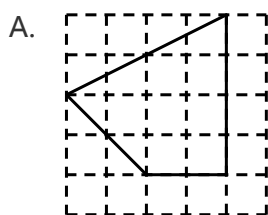
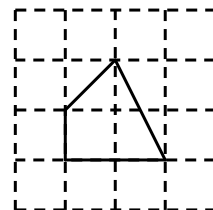


# 第1讲 相似三角形的性质与判定（练习）

## 一、相似图形

### 练习

1. 已知四边形如图所示，那么下列图中与它相似的是（ ）。



**【答案】** A

**【解析】** A 选项：与原图形状相同，大小不同，符合相似性的定义，正确。

B 选项：与原图形状不同，大小不同，不符合相似性的定义，错误。

C 选项：与原图形状不同，大小不同，不符合相似性的定义，错误。

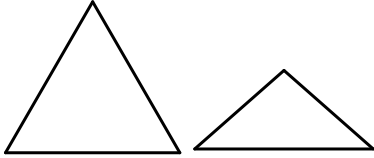
D 选项：与原图形状不同，大小不同，不符合相似性的定义，错误。

故选 A。

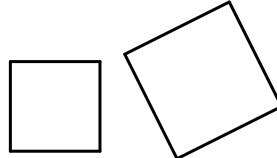
**【标注】**【知识点】相似形

2. 下列四组图形中，相似图形为（ ）.

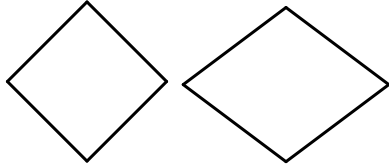
A.



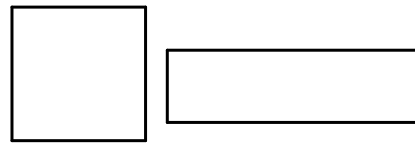
B.



C.



D.



**【答案】** B

**【解析】** 相似图形的形状相同，观察可知，只有B选项中的图形为相似图形.

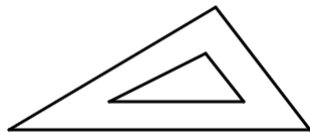
故选B.

**【标注】**【知识点】相似形

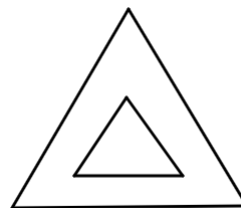
3. 回答下列各题：

( 1 ) 手工制作课上，小红利用一些花布的边角料，剪裁后装饰手工画，下面四个图案是她剪裁出的空心不等边三角形、等边三角形、正方形、矩形花边，其中每个图案花边的宽度都相等，那么，每个图案中花边的内外边缘所围成的几何图形不相似的是（ ）.

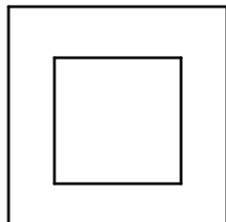
A.



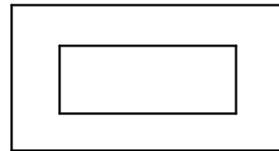
B.



C.



D.



( 2 ) 下列各组图形一定相似的是（ ）.

A. 两个矩形

B. 两个等边三角形

C. 各有一角是 $80^\circ$ 的两个等腰三角形

D. 任意两个菱形

**【答案】** ( 1 ) D

( 2 ) B

**【解析】** ( 1 ) 略

( 2 ) 略

**【标注】**【能力】推理论证能力

【知识点】相似形

## 练习

4. 下列说法中错误的是 ( ) .

A. 所有的等边三角形都相似

B. 所有的等腰三角形都相似

C. 有一对锐角相等的两个直角三角形相似

D. 全等的三角形一定相似

**【答案】** B

**【解析】** 等腰三角形的内角不一定都相等，故所有的等腰三角形不一定都相似．

**【标注】**【知识点】相似三角形的定义

【知识点】相似形

5. 下列说法正确的是 ( ) .

A. 菱形都是相似图形

B. 各边对应成比例的多边形是相似多边形

C. 等边三角形都是相似三角形

D. 矩形都是相似图形

**【答案】** C

**【解析】** 选项A，菱形的内角度数不确定，菱形所以不都是相似图形．

选项B，菱形的各边对应成比例，但不都是相似．

选项C，等边三角形的对应角都相等，故是相似三角形．

选项D，矩形对应边不一定成比例，故不一定是相似图形．

**【标注】**【知识点】区分真假命题

6. 下列命题中，正确的个数是 ( ) .

①两个直角三角形是相似三角形

②两个等腰三角形是相似三角形

③两个等腰直角三角形是相似三角形

④两个等边三角形是相似三角形

A. 4个

B. 3个

C. 2个

D. 1个

**【答案】** C

**【解析】** 两个直角三角形不一定是相似三角形，故①错误；

两个等腰三角形不一定是相似三角形，故②错误；

两个等腰直角三角形一定是相似三角形，故③正确；

两个等边三角形一定是相似三角形，故④正确；

∴正确的是③④．

故选C．

**【标注】**【知识点】区分真假命题

7. 下列说法中，正确的是（ ）．

①所有的等腰梯形都是相似图形；

②所有的平行四边形都是相似形；

③所有的圆都是相似图形；

④所有的正方形都是相似图形；

⑤所有的等腰三角形都是相似图形．

A. ①②④

B. ②③

C. ③④⑤

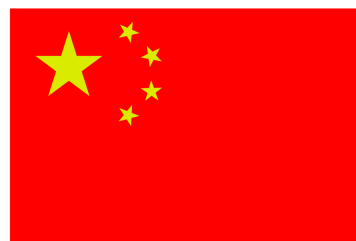
D. ③④

**【答案】** D

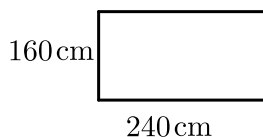
**【解析】** 所有的圆都是相似图形，所有的正方形都是相似图形，故③④正确．

**【标注】**【知识点】相似形

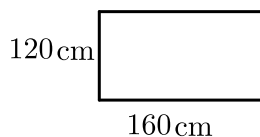
8. 根据中国人民政治协商会议第一届全体会议主席团1949年9月27日公布的国旗制法说明，我国五种规格的国旗旗面为相似矩形，已知一号国旗的标准尺寸是长288cm，高192cm，则如图国旗尺寸不符合标准的是（ ）．



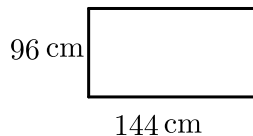
A.



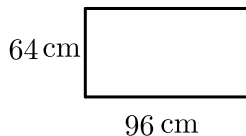
B.



C.



D.



**【答案】** B

**【解析】** 由题可知，标准尺寸国旗长宽比为  $288 : 192 = 3 : 2$ ，

则①  $240 : 160 = 3 : 2$ ，故正确，

②  $160 : 120 = 4 : 3$ ，故错误，

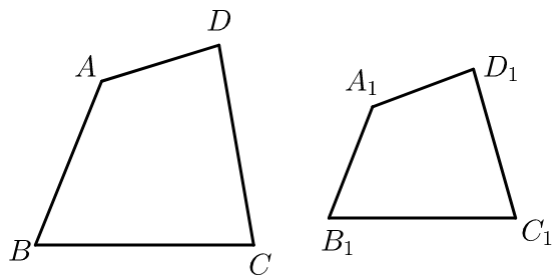
③  $144 : 96 = 3 : 2$ ，故正确，

④  $96 : 64 = 3 : 2$ ，故正确，

综上，故选B.

**【标注】**【知识点】相似形

9. 如图，四边形  $ABCD \sim$  四边形  $A_1B_1C_1D_1$ ， $AB = 12$ ， $CD = 15$ ， $A_1B_1 = 9$ ，则边  $C_1D_1$  的长是 ( ) .



A. 10

B. 12

C.  $\frac{45}{4}$

D.  $\frac{36}{5}$

**【答案】** C

**【解析】**  $\because$  四边形  $ABCD \sim$  四边形  $A_1B_1C_1D_1$ ，

$$\therefore \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1}，$$

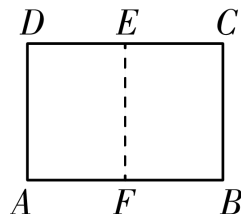
$$\because AB = 12，CD = 15，A_1B_1 = 9。$$

$$\therefore C_1D_1 = \frac{9 \times 15}{12} = \frac{45}{4} .$$

故选C .

【标注】【知识点】相似形

10. 如图，一张矩形纸片 $ABCD$ 的长 $AB = a$ ，宽 $BC = b$  . 将纸片对折，折痕为 $EF$ ，所得矩形 $AFED$ 与矩形 $ABCD$ 相似，则 $a : b =$ ( )



- A.  $2 : 1$                       B.  $\sqrt{2} : 1$                       C.  $3 : \sqrt{3}$                       D.  $3 : 2$

【答案】B

【解析】解： $\because$ 矩形纸片对折，折痕为 $EF$ ，

$$\therefore AF = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}a ,$$

$\because$ 矩形 $AFED$ 与矩形 $ABCD$ 相似，

$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AD}{AF} , \text{ 即 } \frac{a}{b} = \frac{b}{\frac{1}{2}a} ,$$

$$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 2 ,$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \sqrt{2} .$$

故选：B .

【标注】【知识点】相似形；相似比

11. 已知两个正六边形的边长之比为 $1 : 2$ ，如果较小的正六边形的面积是 $4\text{cm}^2$ ，那么较大的正六边形的面积是 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$  .

【答案】16

【解析】 $\because$ 相似图形的面积之比为相似比的平方 .

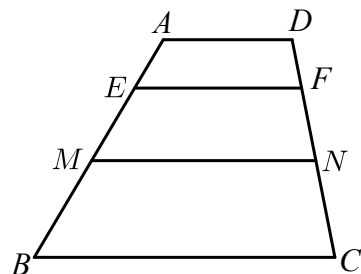
$\therefore$ 较大的正六边形的面积为 $16\text{cm}^2$  .

【标注】【知识点】相似形

## 二、平行线分线段成比例

### 练习

12. 如图,  $AD \parallel EF \parallel MN \parallel BC$ , 若  $AD = 9$ ,  $BC = 18$ ,  $AE : EM : MB = 2 : 3 : 4$ , 则  $EF =$  \_\_\_\_\_,  $MN =$  \_\_\_\_\_.

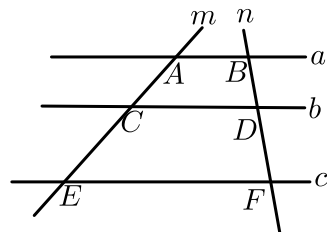


【答案】 11 ; 14

【解析】 略.

【标注】 【知识点】 比例的综合应用

13. 如图所示, 已知直线  $a \parallel b \parallel c$ , 直线  $m$  分别交  $a, b, c$  于点  $A, C, E$ , 直线  $n$  分别交  $a, b, c$  于点  $B, D, F$ ,  $AC = 4$ ,  $CE = 6$ ,  $BD = 3$ , 则  $BF$  的长为 ( ).



A.  $\frac{9}{2}$

B.  $\frac{15}{2}$

C. 6

D.  $\frac{5}{2}$

【答案】 B

【解析】  $\because$  直线  $a \parallel b \parallel c$ ,

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}.$$

$$\because AC = 4, CE = 6, BD = 3,$$

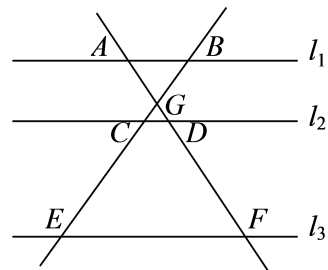
$$\therefore \frac{4}{6} = \frac{3}{DF}, \text{ 解得 } DF = \frac{9}{2},$$

$$\therefore BF = BD + DF = 3 + \frac{9}{2} = \frac{15}{2}.$$

故选 B.

【标注】【知识点】平行线分线段成比例定理

14. 如图,  $l_1 // l_2 // l_3$ , 则下列等式不成立的是 ( ).



A.  $\frac{AD}{DF} = \frac{BC}{CE}$

B.  $\frac{AG}{AF} = \frac{BG}{BE}$

C.  $\frac{GC}{GE} = \frac{CD}{EF}$

D.  $\frac{AG}{GD} = \frac{BC}{CE}$

【答案】D

【解析】 $\because l_1 // l_2 // l_3$ ,

$$\therefore \frac{AD}{DF} = \frac{BC}{CE},$$

$\because l_2 // l_3$ ,

$\therefore \triangle GCD \sim \triangle GEF$ ,

$$\therefore \frac{CG}{EG} = \frac{CD}{EF},$$

$\because l_1 // l_2$ ,

$\therefore \triangle ABG \sim \triangle FEG$ ,

$$\therefore \frac{AG}{GF} = \frac{BG}{GE},$$

$$\therefore \frac{AG}{AG + GF} = \frac{BG}{BG + GE}.$$

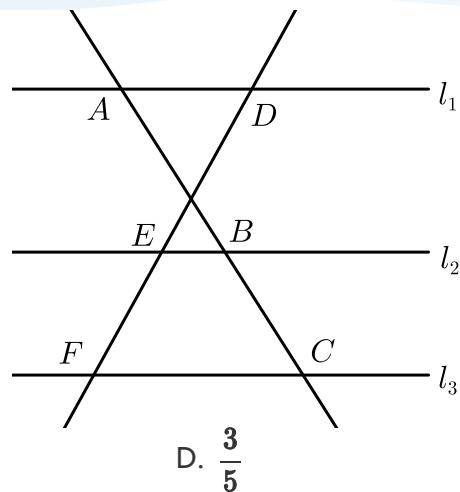
$$\therefore \frac{AG}{AF} = \frac{BG}{BE},$$

$\therefore A, B, C$  正确,

故选: D.

【标注】【知识点】平行线分线段成比例定理

15. 如图,  $l_1 // l_2 // l_3$ , 两条直线与这三条平行线分别交于点  $A, B, C$  和  $D, E, F$ . 已知  $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{2}$ , 则  $\frac{DE}{DF}$  的值为 ( ).



A.  $\frac{3}{2}$

B.  $\frac{2}{3}$

C.  $\frac{2}{5}$

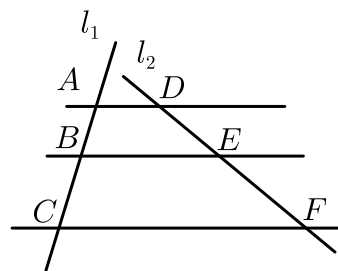
D.  $\frac{3}{5}$

【答案】 D

【解析】  $\because l_1 // l_2 // l_3, \frac{AB}{BC} = \frac{3}{2},$   
 $\therefore \frac{DE}{DF} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}.$

【标注】 【知识点】 平行线分线段成比例定理

16. 如图，已知  $AD // BE // CF$ ，它们依次交直线  $l_1$ 、 $l_2$  于点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  和点  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。如果  $AB = 6$ ， $BC = 8$ ， $DF = 21$ ，求  $DE$  的长。



【答案】 9 .

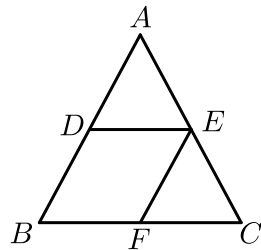
【解析】 解： $\because AD // BE // CF,$   
 $\therefore \frac{DE}{DF} = \frac{AB}{AC},$   
 $\because AB = 6, BC = 8, DF = 21,$   
 $\therefore \frac{DE}{21} = \frac{6}{6+8},$   
 $\therefore DE = 9.$

【标注】 【知识点】 平行线分线段成比例定理

### 三、相似三角形的判定

#### 练习

17. 如图,  $DE \parallel BC$ ,  $EF \parallel AB$ , 则图中相似三角形有 ( ) 对.



A. 1

B. 2

C. 3

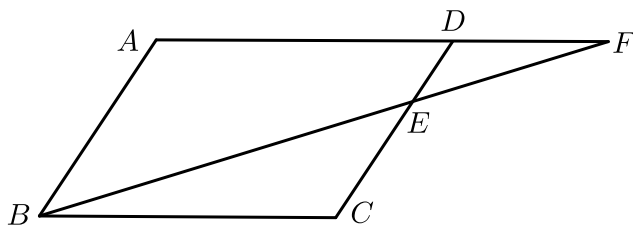
D. 4

【答案】C

【解析】 $\triangle ADE$ ,  $\triangle ABC$ ,  $\triangle EFC$  两两相似.

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

18. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $F$  是  $AD$  延长线上一点, 连接  $BF$  交  $DC$  于点  $E$ , 则图中相似三角形共有 ( ) 对.



A. 2对

B. 3对

C. 4对

D. 5对

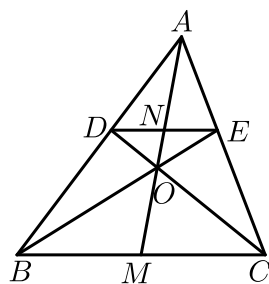
【答案】B

【解析】 $\because ABCD$  是平行四边形,  
 $\therefore AD \parallel BC$ ,  $DC \parallel AB$ ,  
 $\therefore \triangle ABF \sim \triangle DEF \sim \triangle CEB$ ,  
 $\therefore$  相似三角形共有三对.

故选: B.

【标注】【知识点】相似三角形的判定-预备定理(平行)

19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $BE$ 与 $CD$ 交于点 $O$ ， $AO$ 与 $DE$ ， $BC$ 交于 $N$ ， $M$ ，则下列式子中错误的是（ ）。



- A.  $\frac{DN}{BM} = \frac{AD}{AB}$       B.  $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$       C.  $\frac{DO}{OC} = \frac{DE}{BC}$       D.  $\frac{AE}{EC} = \frac{AO}{OM}$

【答案】D

【解析】 $\because DE \parallel BC$ ,

$\therefore \triangle ADN \sim \triangle ABM$ ,  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ,  $\triangle DOE \sim \triangle COB$ ,

$$\therefore \frac{DN}{BM} = \frac{AD}{AB}, \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}, \frac{DO}{OC} = \frac{DE}{BC},$$

所以A、B、C正确；

$\because DE \parallel BC$ ,

$\therefore \triangle AEN \sim \triangle ACM$ ,

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{AN}{AM},$$

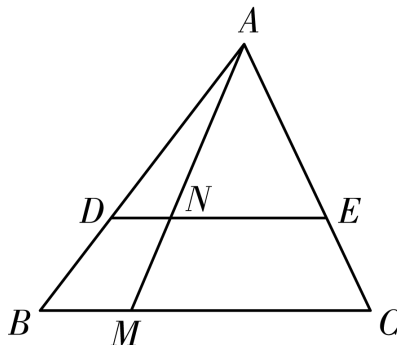
$$\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{AN}{NM},$$

所以D错误。

故选D。

【标注】【知识点】A字型、8字型综合

20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 $D$ ， $E$ 分别在 $AB$ 和 $AC$ 上， $DE \parallel BC$ ， $M$ 为 $BC$ 边上一点(不与点 $B, C$ 重合)，连接 $AM$ 交 $DE$ 于点 $N$ ，则（ ）。



- A.  $\frac{AD}{AN} = \frac{AN}{AE}$       B.  $\frac{BD}{MN} = \frac{MN}{CE}$       C.  $\frac{DN}{BM} = \frac{NE}{MC}$       D.  $\frac{DN}{MC} = \frac{NE}{BM}$

【答案】C

【解析】解： $\because DN \parallel BM$ ,

$$\therefore \triangle ADN \sim \triangle ABM,$$

$$\therefore \frac{DN}{BM} = \frac{AN}{AM},$$

$$\because NE \parallel MC,$$

$$\therefore \triangle ANE \sim \triangle AMC,$$

$$\therefore \frac{NE}{MC} = \frac{AN}{AM},$$

$$\therefore \frac{MC}{DN} = \frac{AM}{NE}.$$

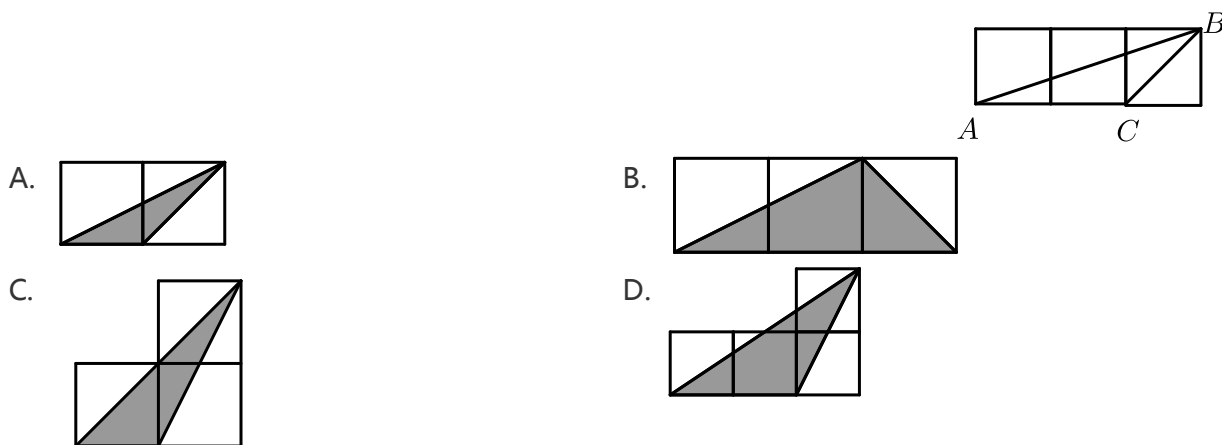
$$\therefore \frac{BM}{MC} = \frac{BM}{MC}.$$

故选：C.

【标注】【知识点】相似三角形的判定-预备定理（平行）

## 练习

21. 如图所示，小正方形的边长均为1，则下列选项中阴影部分的三角形与 $\triangle ABC$ 相似的是（ ）.



【答案】A

【解析】根据题意得： $AB = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ ,  $AC = 2$ ,  $BC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ .

$$\therefore BC : AC : AB = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{5}.$$

A选项：三边之比为 $1 : \sqrt{2} : \sqrt{5}$ ，图中的三角形（阴影部分）与 $\triangle ABC$ 相似，故A正确；

B选项：三边之比为 $\sqrt{2} : \sqrt{5} : 3$ ，图中的三角形（阴影部分）与 $\triangle ABC$ 不相似，故B错误；

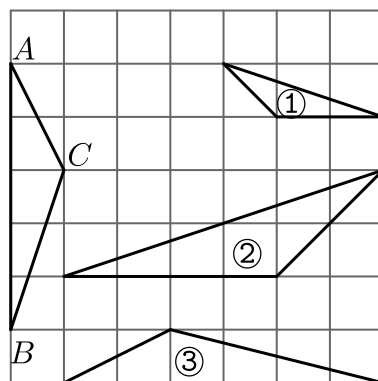
C选项：三边之比为 $1 : \sqrt{5} : 2\sqrt{2}$ ，图中的三角形（阴影部分）与 $\triangle ABC$ 不相似，故C错误；

D选项：三边之比为 $2 : \sqrt{5} : \sqrt{13}$ ，图中的三角形（阴影部分）与 $\triangle ABC$ 不相似，故D错误；

故选A .

【标注】【知识点】网格中的三角形相似

22. 如图，在正方形网格上的三角形①，②，③中，与 $\triangle ABC$ 相似的三角形有 \_\_\_\_\_ 个 .



【答案】2

【解析】 $\triangle ABC$ 的各边长为： $AC = \sqrt{5}$ ， $BC = \sqrt{10}$ ， $AB = 5$ ，

①各边长为： $\sqrt{2}$ ， $2$ ， $\sqrt{10}$ ；

②各边长为： $2\sqrt{2}$ ， $4$ ， $2\sqrt{10}$ ；

③各边长为： $\sqrt{5}$ ， $\sqrt{17}$ ， $6$ ；

根据如果两个三角形的三组对应边的比相等，那么这两个三角形相似，可得与 $\triangle ABC$ 相似的三角形有①，②，共2个 .

故答案为：2 .

【标注】【知识点】网格中的三角形相似

23. 若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 满足下列条件，其中使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似的是（ ） .

A.  $AB = 6$ ， $BC = 6$ ， $AC = 9$ ， $DE = 4$ ， $EF = 4$ ， $DF = 6$

B.  $AB = 4$ ， $BC = 6$ ， $AC = 8$ ， $DE = 5$ ， $EF = 10$ ， $DF = 15$

C.  $AB = 1$ ， $BC = \sqrt{2}$ ， $AC = 2$ ， $DE = \sqrt{6}$ ， $EF = \sqrt{3}$ ， $DF = \sqrt{5}$

D.  $AB = 1$ ， $BC = \sqrt{5}$ ， $AC = 3$ ， $DE = \sqrt{15}$ ， $EF = 2\sqrt{3}$ ， $DF = \sqrt{6}$

【答案】A

【解析】由题意要使 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ,

则 $AB$ 对应 $DE$ ,  $BC$ 对应 $EF$ ,  $AC$ 对应 $DF$ ,

$$\text{A选项: } \frac{AB}{DE} = \frac{3}{2}, \frac{BC}{EF} = \frac{3}{2}, \frac{AC}{DF} = \frac{3}{2},$$

$\therefore$ 三者相等即三边对应成比例,

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$ , 故A正确;

$$\text{B选项: } \frac{AB}{DE} = \frac{4}{5}, \frac{BC}{EF} = \frac{3}{5}, \frac{AC}{DF} = \frac{8}{15},$$

$\therefore$ 三者不相等,

$\therefore$ 无法证明 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ , 故B错误;

$$\text{C选项: } \frac{AB}{DE} = \frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{BC}{EF} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{AC}{DF} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$\therefore$ 三边不对应成比例,

$\therefore$ 无法证明相似, 故C错误;

$$\text{D选项: } \frac{AB}{DE} = \frac{1}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{15}}{15}, \frac{BC}{EF} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{6}, \frac{AC}{DF} = \frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{2},$$

$\therefore$ 三边不对应成比例,

$\therefore$ 无法证明相似, 故D错误.

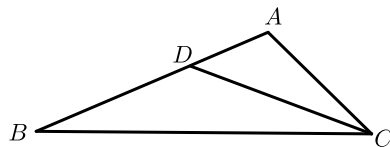
故选A.

【标注】【知识点】相似三角形的判定-三边对应成比例

## 练习

24. 如图所示, 点 $D$ 在 $\triangle ABC$ 的 $AB$ 边上,  $AD = 1$ ,  $BD = 2$ ,  $AC = \sqrt{3}$ . 求证:

$$\triangle ACD \sim \triangle ABC.$$



【答案】证明见解析.

$$\text{【解析】} \therefore \frac{AD}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

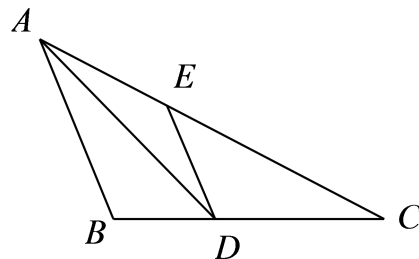
$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB},$$

$$\therefore \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC.$$

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

25. 已知：如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = 2$ ， $BC = 4$ ， $D$ 为 $BC$ 边上一点， $BD = 1$ 。



(1) 求证： $\triangle ABD \sim \triangle CBA$ 。

(2) 过点 $D$ 作 $DE \parallel AB$ 交 $AC$ 于点 $E$ ，求出 $DE$ 的长。

【答案】(1) 证明见解析。

$$(2) DE = \frac{3}{2}.$$

【解析】(1)  $\because AB = 2$ ， $BC = 4$ ， $BD = 1$ ，

$$\therefore \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{1},$$

$$\because \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle CBA.$$

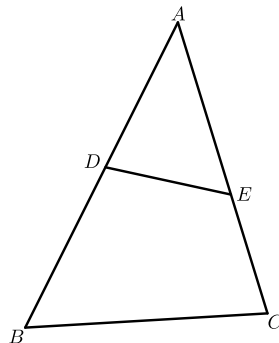
(2)  $\because DE \parallel AB$ ，

$$\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore DE = \frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2}.$$

【标注】【知识点】比例的综合应用

26. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 $D$ ， $E$ 分别在边 $AB$ ， $AC$ 上，连接 $DE$ ，且 $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ 。



(1) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ 。

(2) 若 $\angle B = 55^\circ$ ， $\angle ADE = 75^\circ$ ，求 $\angle A$ 的度数。

【答案】(1) 证明见解析.

(2)  $50^\circ$ .

【解析】(1)  $\because AD \cdot AB = AE \cdot AC$ ,

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}.$$

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 中,

$$AD : AC = AE : AB, \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB.$$

(2)  $\because \angle B = 55^\circ, \angle ADE = 75^\circ$ .

又 $\because \triangle ADE \sim \triangle ACB$ ,

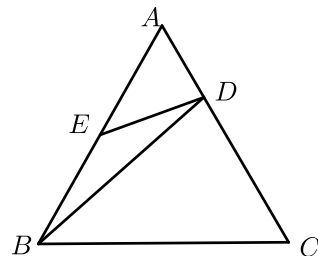
$$\therefore \angle ACB = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 75^\circ - 55^\circ = 50^\circ.$$

【标注】【知识点】相似三角形的判定-两边对应成比例及其夹角相等

27. 在等边三角形 $\triangle ABC$ 中,  $D$ 、 $E$ 分别在 $AC$ 、 $AB$ 上, 且 $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$ ,  $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}$ ,

求证:  $\triangle ADE \sim \triangle CDB$ .



【答案】证明见解析.

【解析】 $\because \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$ ,

$$\therefore \frac{CD}{AC} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{1}{2},$$

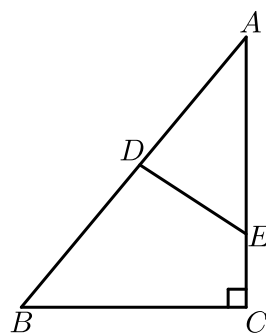
$$\therefore \frac{AE}{BC} = \frac{CD}{AD},$$

$$\angle A = \angle C,$$

$$\therefore \triangle EAD \sim \triangle BCD.$$

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

28. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $D$ 、 $E$ 分别为 $AB$ 、 $AC$ 边上的点，且 $\frac{AD}{AE} = \frac{3}{5}$ ，连接 $DE$ 。  
若 $AC = 3$ ， $AB = 5$ 。



- (1) 求证： $\triangle ABC \sim \triangle AED$ 。  
(2) 求证： $DE \perp AB$ 。

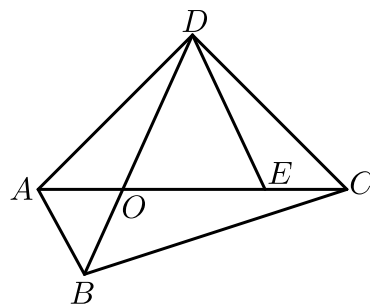
**【答案】** (1) 证明见解析。

(2) 证明见解析。

**【解析】** (1)  $\because \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}, \frac{AD}{AE} = \frac{3}{5},$   
 $\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE},$   
 $\because \angle A = \angle A,$   
 $\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB.$   
 (2)  $\because \triangle ABC \sim \triangle AED,$   
 $\therefore \angle ADE = \angle C = 90^\circ,$   
 $\therefore DE \perp AB.$

**【标注】**【知识点】相似三角形的性质与判定综合

29. 如图，四边形 $ABCD$ 的对角线 $AC$ 与 $BD$ 相交于点 $O$ ， $OD = 2OA$ ， $OC = 2OB$ 。



- (1) 求证： $\triangle AOB \sim \triangle DOC$ 。  
(2) 点 $E$ 在线段 $OC$ 上，若 $AB \parallel DE$ ，求证： $OD^2 = OE \cdot OC$ 。

【答案】(1) 证明见解析.

(2) 证明见解析.

【解析】(1)  $\because OD = 2OA, OC = 2OB,$

$$\therefore \frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{1}{2},$$

又  $\because \angle AOB = \angle DOC,$

$$\therefore \triangle AOB \sim \triangle DOC.$$

(2) 由(1)得  $\triangle AOB \sim \triangle DOC,$

$$\therefore \angle ABO = \angle DCO,$$

$$\therefore AB \parallel DE,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle EDO,$$

$$\therefore \angle DCO = \angle EDO,$$

$$\text{又} \because \angle DOC = \angle EOD,$$

$$\therefore \triangle ODE \sim \triangle OCD$$

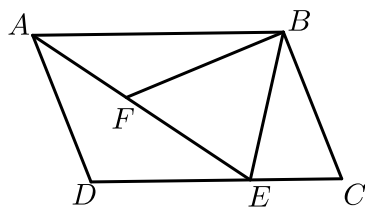
$$\therefore \frac{OD}{OC} = \frac{OE}{OD},$$

$$\therefore OD^2 = OE \cdot OC.$$

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

### 练习

30. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $E$  是  $DC$  上一点, 连接  $AE$ .  $F$  为  $AE$  上一点, 且  $\angle BFE = \angle C$ , 求证:  $\triangle ABF \sim \triangle EAD$ .



【答案】证明见解析.

【解析】 $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore AB = CD, AB \parallel CD, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle D + \angle C = 180^\circ.$$

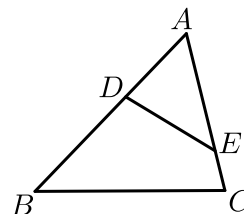
$$\therefore \angle AFB + \angle BFE = 180^\circ \text{ 且 } \angle BFE = \angle C.$$

$$\therefore \angle D = \angle AFB.$$

$$\begin{aligned} &\because AB \parallel CD, \\ &\therefore \angle BAE = \angle AED, \\ &\therefore \triangle ABF \sim \triangle EAD. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】相似三角形的判定-两角对应相等

31. 如图，点 $D$ 、 $E$ 分别在 $\triangle ABC$ 的 $AB$ 、 $AC$ 边上，下列条件中：① $\angle ADE = \angle C$ ；② $\frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$ ；③ $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ ，使 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 一定相似的是（ ）。



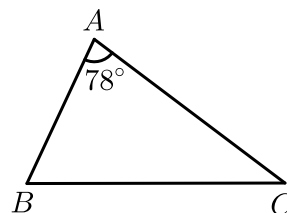
- A. ①②                      B. ②③                      C. ①③                      D. ①②③

【答案】C

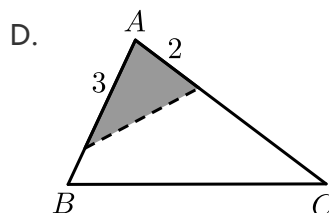
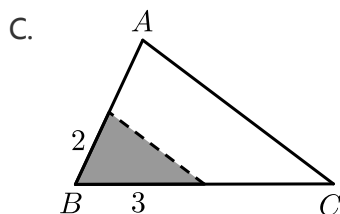
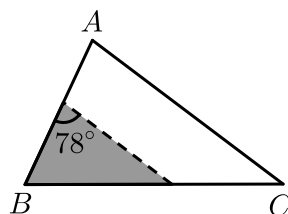
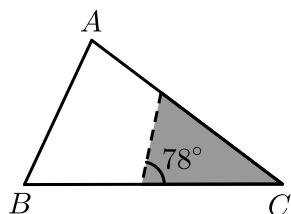
【解析】 $\because \angle ADE = \angle C, \angle A = \angle A,$   
 $\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB,$   
 $\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB},$   
 $\angle A = \angle A,$   
 $\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB,$   
 $\therefore$ ①③都可以证明 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ 。

【标注】【知识点】相似反8字型

32. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 78^\circ, AB = 4, AC = 6$ 。将 $\triangle ABC$ 沿图示中的虚线剪开，剪下的阴影三角形与原三角形不相似的是（ ）。



- A.                                      B.



**【答案】** C

**【解析】** A 选项：阴影部分的三角形与原三角形有两个角相等，故两三角形相似，故本选项错误；

B 选项：阴影部分的三角形与原三角形有两个角相等，故两三角形相似，故本选项错误；

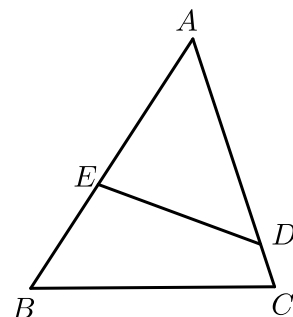
C 选项：两三角形的对应边不成比例，故两三角形不相似，故本选项正确；

D 选项：两三角形对应边成比例且夹角相等，故两三角形相似，故本选项错误．

故选 C．

**【标注】** 【知识点】相似三角形的判定-多解或是多种判定混合

33. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $D$ 、 $E$ 分别是 $AC$ 、 $AB$ 边上的点， $\angle AED = \angle C$ ．



( 1 ) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ．

( 2 ) 若 $AB = 6$ ， $AD = 4$ ， $AC = 5$ ，求 $AE$ 的长．

**【答案】** ( 1 ) 证明见解析．

( 2 )  $AE = \frac{10}{3}$ ．

【解析】(1) 在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABC$ 中,

$$\therefore \angle A = \angle A, \angle AED = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC.$$

(2)  $\because \triangle ADE \sim \triangle ABC$ ,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC},$$

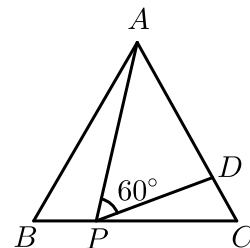
$$\because AB = 6, AD = 4, AC = 5,$$

$$\therefore \frac{4}{6} = \frac{AE}{5},$$

$$\therefore AE = \frac{10}{3}.$$

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

34. 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中,  $P$ 为 $BC$ 上一点,  $D$ 为 $AC$ 上一点,  $\angle APD = 60^\circ$ ,  $BP = 1$ ,  $CD = \frac{2}{3}$ .



(1) 证明:  $\triangle PCD \sim \triangle ABP$ .

(2) 求:  $\triangle ABC$ 的周长.

【答案】(1) 证明见解析.

(2) 9.

【解析】(1)  $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle DCP = \angle PBA = 60^\circ.$$

$$\because \angle APC = \angle APD + \angle DPC = \angle BAP + \angle ABP, \angle APD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAP = \angle CPD.$$

$$\therefore \triangle ABP \sim \triangle PCD.$$

(2) 设 $\triangle ABC$ 的边长为 $x$ ,

$$\because \triangle ABP \sim \triangle PCD,$$

$$\therefore \frac{BP}{DC} = \frac{AB}{PC},$$

$$\therefore \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{x}{x-1}.$$

$$\therefore x = 3.$$

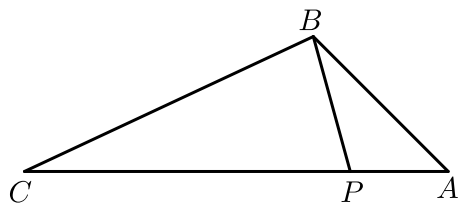
$\therefore \triangle ABC$  的周长为 9.

【标注】【知识点】一线三等角相似

## 四、相似三角形的性质

### 练习

35. 如图,  $P$  是  $\triangle ABC$  的边  $AC$  上一点, 若  $\triangle ABP \sim \triangle ACB$ ,  $\angle A = 45^\circ$ ,  $\angle ABC = 110^\circ$ , 则  $\angle ABP$  的度数为 ( ).



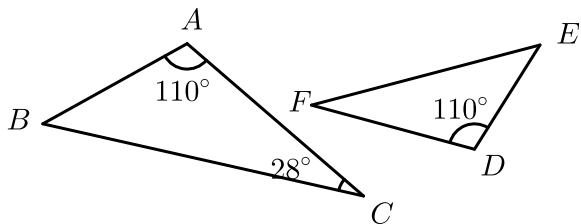
- A.  $25^\circ$                       B.  $35^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D.  $110^\circ$

【答案】A

【解析】 $\because \triangle ABP \sim \triangle ACB$ ,  
 $\therefore \angle ABC = \angle APB = 110^\circ$ ,  
 $\therefore \angle ABP = 180^\circ - 45^\circ - 110^\circ = 25^\circ$ ,  
 故选: A.

【标注】【知识点】相似三角形的性质

36. 如图所示, 若  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ , 则  $\angle E$  的度数为 ( ).



- A.  $28^\circ$                       B.  $32^\circ$                       C.  $42^\circ$                       D.  $52^\circ$

【答案】C

【解析】 $\because \angle A = 110^\circ, \angle C = 28^\circ,$

$$\therefore \angle B = 42^\circ,$$

$$\because \triangle ABC \sim \triangle DEF,$$

$$\therefore \angle B = \angle E.$$

$$\therefore \angle E = 42^\circ.$$

故选C.

【标注】【知识点】相似三角形的性质

37. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ , 且 $\angle A = 50^\circ, \angle C = 35^\circ$ , 则 $\angle B_1$ 等于( )

A.  $50^\circ$

B.  $95^\circ$

C.  $35^\circ$

D.  $25^\circ$

【答案】B

【解析】在 $\triangle ABC$ 中, 由 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ , 知 $\angle B = 180^\circ - 50^\circ - 35^\circ = 95^\circ$ .  $\therefore$

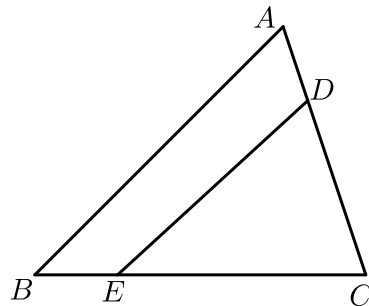
$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1.$$

$$\therefore \angle B_1 = \angle B = 95^\circ.$$

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

## 练习

38. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $DE \parallel AB$ 分别交 $AC, BC$ 于点 $D, E$ , 若 $AD = 2, CD = 3$ , 则 $\triangle CDE$ 与 $\triangle CAB$ 的周长比为 \_\_\_\_\_.



【答案】 $\frac{3}{5}$

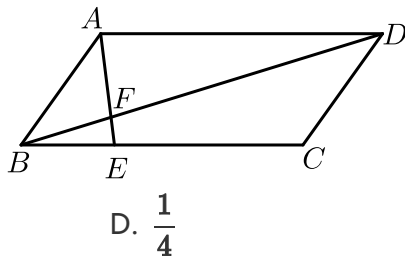
【解析】 $\because DE \parallel AB, \therefore \triangle CDE \sim \triangle CAB,$

又相似三角形的周长比等于其对应边的比,

$$\therefore \triangle CDE \text{ 与 } \triangle CAB \text{ 的周长比} = \frac{CD}{AC} = \frac{3}{5}.$$

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

39. 如图， $F$ 是平行四边形 $ABCD$ 对角线 $BD$ 上的点， $BF:FD=1:3$ ，则 $BE:EC=(\quad)$ 。



A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{2}{3}$

D.  $\frac{1}{4}$

【答案】A

【解析】 $\because$  四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle BFE \sim \triangle DFA,$$

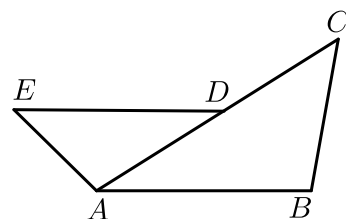
$$\therefore BE:AD = BF:FD = 1:3,$$

$$\therefore BE:EC = BE:(BC - BE) = BE:(AD - BE) = 1:(3 - 1),$$

$$\therefore BE:EC = 1:2.$$

【标注】【知识点】相似8字型

40. 已知，如图， $D$ 是 $AC$ 上一点， $DE \parallel AB$ ， $\angle B = \angle DAE$ 。



(1) 求证： $\triangle ABC \sim \triangle DAE$ 。

(2) 若 $AB = 8$ ， $AD = 6$ ， $AE = 4$ ，求 $BC$ 的长。

【答案】(1) 证明见解析。

$$(2) BC = \frac{16}{3}.$$

【解析】(1)  $\because DE \parallel AB$ ,

$$\therefore \angle ADE = \angle CAB,$$

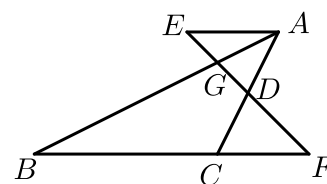
$$\because \angle B = \angle DAE,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DAE.$$

$$\begin{aligned}
 (2) \because \triangle ABC \sim \triangle DAE, \\
 \therefore \frac{BC}{AE} &= \frac{BA}{AD} . \\
 \because AB &= 8, AD = 6, AE = 4, \\
 \therefore \frac{BC}{4} &= \frac{8}{6} . \\
 \therefore BC &= \frac{16}{3} .
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

41. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $D$ 为 $AC$ 边上的中点， $AE \parallel BC$ ， $ED$ 交 $AB$ 于 $G$ ，交 $BC$ 延长线于 $F$ ，若 $BG : GA = 3 : 1$ ， $BC = 10$ ，则 $AE$ 的长为（ ）.



A.  $\frac{10}{3}$

B.  $\frac{16}{3}$

C. 3

D. 5

【答案】D

【解析】 $\because AE \parallel BC$ ,

$$\therefore \angle E = \angle F,$$

$$\because \angle ADE = \angle CDF, AD = CD,$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDF,$$

$$\therefore AE = CF,$$

$$\because AE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AEG \sim \triangle BFG,$$

$$\therefore \frac{BG}{AG} = \frac{BF}{AE},$$

$$\therefore \frac{AG}{BG} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{AE}{BF} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{CF}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{CF}{BC} = \frac{1}{2},$$

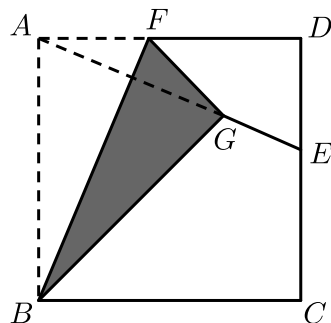
$$\therefore BC = 10,$$

$$\therefore CF = 5,$$

$$\text{即 } AE = 5.$$

故答案为：D.

42. 如图，正方形纸片 $ABCD$ 的边长为12， $E$ 是边 $CD$ 上一点，连接 $AE$ ，折叠该纸片，使点 $A$ 落在 $AE$ 上的 $G$ 点，并使折痕经过点 $B$ ，得到折痕 $BF$ ，点 $F$ 在 $AD$ 上，若 $DE = 5$ ，则 $GE$ 的长为 \_\_\_\_\_ .



【答案】  $\frac{49}{13}$

【解析】 设 $BF$ 与 $AG$ 交于点 $H$ ，

由折叠性质可知，

$AG \perp BF$ ，

$\therefore \angle AHF = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AFH + \angle FAH = 90^\circ$ ，

又 $\because \angle DEA + \angle FAH = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AFH = \angle DEA$ ，

$\because$  四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB = CD$ ，

$\angle BAF = \angle ADE = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle AFB \cong \triangle DEA$  (AAS)，

$\therefore DE = 5$ ，

$\therefore AF = DE = 5$ ，

$\therefore BF = \sqrt{AB^2 + AF^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ ，

$\therefore \angle AHF = \angle FAB = 90^\circ$ ，

$\angle AFH = \angle AFB$ ，

$\therefore \triangle AFH \sim \triangle BFA$ ，

$\therefore \frac{AH}{BA} = \frac{AF}{BF}$ ，

即  $\frac{AH}{12} = \frac{5}{13}$ ，

$\therefore AH = \frac{60}{13}$ ，

$\therefore AG = 2AH = 2 \times \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ ，

$$\begin{aligned}\because AD &= 12, \\ DE &= 5, \\ \therefore AE &= \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13, \\ \therefore GE &= AE - AG = 13 - \frac{120}{13} = \frac{49}{13}.\end{aligned}$$

【标注】【知识点】正方形的性质

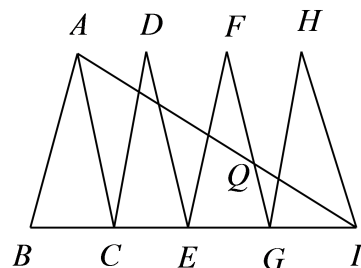
【知识点】相似三角形的性质

【知识点】翻折问题与勾股定理

【能力】推理论证能力

【能力】运算能力

43. 如图，已知 $\triangle ABC$ ， $\triangle DCE$ ， $\triangle FEG$ ， $\triangle HGI$ 是4个全等的等腰三角形，底边 $BC$ ， $CE$ ， $EG$ ， $GI$ 在同一条直线上，且 $AB = 2$ ， $BC = 1$ ，连接 $AI$ ，交 $FG$ 于点 $Q$ ，则 $QI = ( )$ 。



- A. 1                      B.  $\frac{\sqrt{61}}{6}$                       C.  $\frac{\sqrt{66}}{6}$                       D.  $\frac{4}{3}$

【答案】D

【解析】 $\because \triangle ABC$ 、 $\triangle DCE$ 、 $\triangle FEG$ 为三个全等的等腰三角形，

$$\therefore AB = HI = 2, GI = BC = 1, BI = 4BC = 4.$$

$$\therefore \frac{AB}{BI} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{BI}{AB} = \frac{BC}{AC}.$$

$$\therefore \angle ABI = \angle ABC,$$

$$\therefore \triangle ABI \sim \triangle CBA,$$

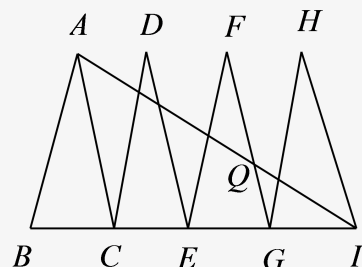
$$\therefore \frac{AC}{AI} = \frac{AB}{BI}.$$

$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore AI = BI = 4.$$

$$\therefore \angle ACB = \angle FGE,$$

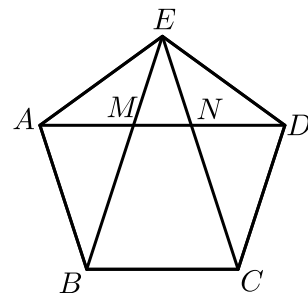
$$\therefore AC \parallel FG,$$



$$\begin{aligned}\therefore \frac{QI}{AI} &= \frac{GI}{CI} = \frac{1}{3}, \\ \therefore QI &= \frac{1}{3}AI = \frac{4}{3}.\end{aligned}$$

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

44. 如图，正五边形的边长为2，连对角线 $AD$ ， $BE$ ， $CE$ ，线段 $AD$ 分别与 $BE$ 和 $CE$ 相交于点 $M$ ， $N$ ，则 $MN =$ \_\_\_\_\_.



【答案】 $3 - \sqrt{5}$

【解析】过 $E$ 做 $EH \perp BC$ 于点 $H$ .

$$\because \angle BAE = \angle AED = 108^\circ,$$

$$AB = AE = DE,$$

$\therefore$

$$\angle ABE = \angle AEB = \angle EAD = 36^\circ$$

,

$\therefore$

$$\angle AME = 180^\circ - \angle EAM - \angle AEM = 108^\circ,$$

$$\because \angle AEN = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ, \angle ANE = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle AEN = \angle ANE,$$

$$\therefore AE = AN,$$

$$\text{同理 } DE = DM, \therefore AE = DM,$$

$$\because \angle EAD = \angle AEM = \angle ADE = 36^\circ,$$

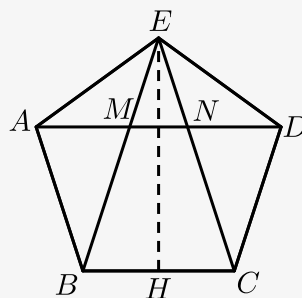
$$\therefore \triangle AEM \sim \triangle ADE,$$

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{AM}{AE},$$

$$\therefore AE^2 = AM \cdot AD,$$

$$\therefore AN^2 = AM \cdot AD,$$

$$\therefore 2^2 = (2 - MN)(4 - MN),$$

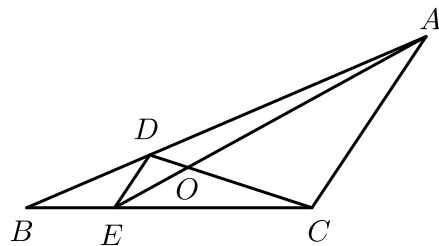


$$\therefore MN = 3 - \sqrt{5}.$$

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

### 练习

45. 如图,  $D, E$  分别是  $\triangle ABC$  的边  $AB, BC$  上的点, 且  $DE \parallel AC$ ,  $AE, CD$  相交于点  $O$ , 若  $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COA} = 1 : 25$ , 则  $S_{\triangle BDE}$  与  $S_{\triangle CDE}$  的比是 ( ) .



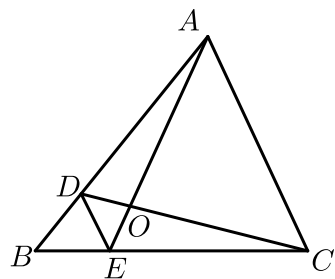
- A. 1 : 3                      B. 1 : 4                      C. 1 : 5                      D. 1 : 25

【答案】B

【解析】 $\because DE \parallel AC$ ,  
 $\therefore \triangle DOE \sim \triangle COA$ , 又  $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COA} = 1 : 25$ ,  
 $\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{1}{5}$ ,  
 $\because DE \parallel AC$ ,  
 $\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC} = \frac{1}{5}$ ,  
 $\therefore \frac{BE}{EC} = \frac{1}{4}$ ,  
 $\therefore S_{\triangle BDE}$  与  $S_{\triangle CDE}$  的比是 1 : 4 .

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

46. 如图,  $D, E$  分别是  $\triangle ABC$  的边  $AB, BC$  上的点,  $DE \parallel AC$ , 若  $S_{\triangle BDE} : S_{\triangle CDE} = 1 : 3$ , 则  $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle AOC}$  的值为 \_\_\_\_\_ .

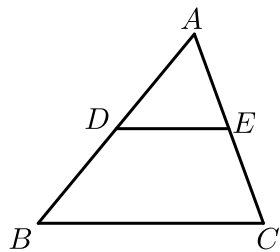


【答案】 1 : 16

【解析】  $\because S_{\triangle BDE} : S_{\triangle CDE} = 1 : 3$  ,  
 $\therefore BE : EC = 1 : 3$  ,  
 $\therefore BE : BC = 1 : 4$  ,  
 $\therefore DE \parallel AC$  ,  
 $\therefore \triangle DOE \sim \triangle COA$  ,  $\triangle BED \sim \triangle BCA$  ,  
 $\therefore \triangle BED \sim \triangle BCA$  ,  $BE : BC = 1 : 4$  ,  
 $\therefore DE : AC = 1 : 4$  ,  
 $\therefore \triangle DOE \sim \triangle COA$  ,  $DE : AC = 1 : 4$  ,  
 $\therefore S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COA} = (1 : 4)^2 = 1 : 16$  ,  
即  $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle AOC} = \frac{1}{16}$  .

【标注】 【知识点】 A字型、8字型综合

47. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $D$ 、 $E$ 分别是 $AB$ 和 $AC$ 的中点,  $S_{\text{四边形}BCED} = 15$ , 则 $S_{\triangle ABC} = ( \quad )$  .



A. 30

B. 25

C. 22.5

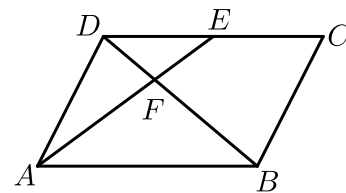
D. 20

【答案】 D

【解析】 根据题意, 点 $D$ 和点 $E$ 分别是 $AB$ 和 $AC$ 的中点, 则 $DE \parallel BC$ 且 $DE = \frac{1}{2}BC$ , 故可以判断出 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ , 根据相似三角形的面积比等于相似比的平方, 可知  
 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = 1 : 4$ , 则 $S_{\text{四边形}BCED} : S_{\triangle ABC} = 3 : 4$ , 题中已知 $S_{\text{四边形}BCED} = 15$ , 故可得 $S_{\triangle ADE} = 5$ ,  $S_{\triangle ABC} = 20$ ,  
故本题选择D.

【标注】 【知识点】 相似三角形的性质与判定综合

48. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中,  $E$ 为 $CD$ 上一点, 连接 $AE$ 、 $BD$ , 且 $AE$ 、 $BD$ 交于点 $F$ ,  
 $S_{\triangle DEF} : S_{\triangle ABF} = 4 : 25$ , 则 $DE : EC = ( \quad )$  .



A. 2 : 5

B. 2 : 3

C. 3 : 5

D. 3 : 2

**【答案】** B

**【解析】**  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形 ,

$\therefore AB \parallel CD$  ,

$\therefore \angle EAB = \angle DEF$  ,  $\angle AFB = \angle DFE$  ,

$\therefore \triangle DEF \sim \triangle BAF$  ,

$\therefore S_{\triangle DEF} : S_{\triangle ABF} = 4 : 25$  ,

$\therefore DE : AB = 2 : 5$  ,

$\therefore AB = CD$  ,

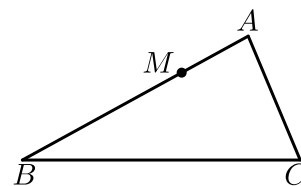
$\therefore DE : EC = 2 : 3$  .

故选 B .

**【标注】** 【知识点】相似三角形的性质与判定综合

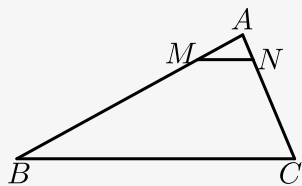
## 练习

49. 如图 , 在  $\triangle ABC$  中 ,  $AB = 10$  ,  $AC = 5$  , 点  $M$  在边  $AB$  上 , 且  $AM = 2$  , 点  $N$  在  $AC$  边上 . 当  $AN = \underline{\hspace{2cm}}$  时 ,  $\triangle AMN$  与原三角形相似 .



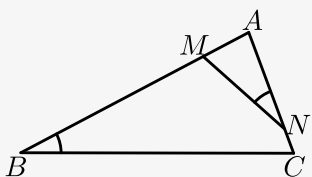
**【答案】** 1或4

**【解析】** 方法一 : ①  $\triangle AMN \sim \triangle ABC$  ,



此时  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$  , 即  $\frac{2}{10} = \frac{AN}{5}$  ,  $AN = 1$  ;

$$\textcircled{2} \triangle ANM \sim \triangle ABC,$$



$$\text{此时 } \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}, \text{ 即 } \frac{2}{5} = \frac{AN}{10}, AN = 4,$$

故答案为：1或4.

方法二：由题意可知， $AB = 10$ ， $AC = 5$ ，

$$AM = 2,$$

$$\textcircled{1} \text{ 若 } \triangle AMN \sim \triangle ABC,$$

$$\text{则 } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC},$$

$$\text{即 } \frac{2}{10} = \frac{AN}{5},$$

$$\text{解得：} AN = 1,$$

$$\textcircled{2} \text{ 若 } \triangle AMN \sim \triangle ACB,$$

$$\text{则 } \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB},$$

$$\text{即 } \frac{2}{5} = \frac{AN}{10},$$

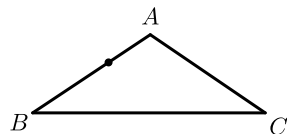
$$\text{解得：} AN = 4,$$

$$\text{故 } AN = 1 \text{ 或 } 4.$$

故答案为：1或4.

**【标注】**【知识点】相似三角形的存在性

50. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 6$ ， $\angle A = 120^\circ$ ，点 $P$ 在 $AB$ 上， $AP = 2$ ，点 $D$ 是 $BC$ 边上的动点，将射线 $PD$ 绕点 $P$ 逆时针旋转 $30^\circ$ 后得到射线 $PD'$ ，射线 $PD'$ 和边 $AC$ 相交于点 $E$ ，连接 $DE$ ．当 $BD$ 的值为 \_\_\_\_\_ 时， $\triangle PDE$ 和 $\triangle ABC$ 是相似三角形．



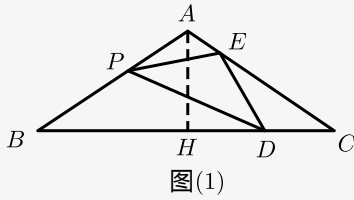
$$\text{【答案】 } \frac{14\sqrt{3}}{3} \text{ 或 } \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{【解析】 当 } BD = \frac{14\sqrt{3}}{3} \text{ 或 } \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ 时，} \triangle PDE \text{ 和 } \triangle ABC \text{ 相似.}$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 中，} AB = AC, \angle BAC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle C = 30^\circ.$$

如图(1), 过点A作 $AH \perp BC$ 于点H,



图(1)

$$\text{则 } BH = CH = AB \cdot \cos B = 6 \cos 30^\circ = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore BC = 6\sqrt{3}.$$

$\therefore \triangle PDE$ 与 $\triangle ABC$ 相似,

$\therefore \triangle PDE$ 的三个内角的度数分别为 $30^\circ, 30^\circ, 120^\circ$ .

①当 $\beta = 30^\circ$ , 且 $\angle PED = 120^\circ$ 时,  $PE = ED$ ,  $\angle PDE = 30^\circ$ ,

$\triangle EPD \sim \triangle ABC$ ,

$$\therefore \angle BDP + \angle EDC = 150^\circ, \frac{PD}{DE} = \frac{BC}{AC} = \sqrt{3}.$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BPD + \angle PDB = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle BPD,$$

$$\text{又 } \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \triangle PBD \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \frac{PB}{CD} = \frac{PD}{DE} = \sqrt{3},$$

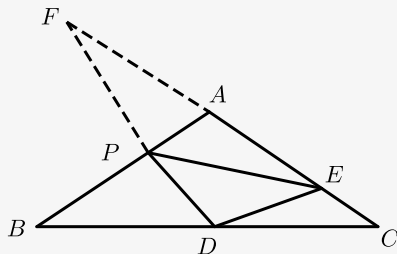
$$\therefore CD = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore BD = 6\sqrt{3} - \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{14\sqrt{3}}{3}.$$

②当 $\beta = 30^\circ$ , 且 $\angle PDE = 120^\circ$ 时,  $DP = DE$ ,  $\angle PED = 30^\circ$ ,  $\triangle DPE \sim \triangle ABC$

$$\therefore \angle DEC + \angle AEP = 150^\circ, \frac{PE}{DE} = \frac{BC}{AC} = \sqrt{3}.$$

如图(2), 过点P作AB的垂线, 交CA的延长线于点F,



图(2)

$$\text{则 } \angle PFA = 30^\circ, PF = 2\sqrt{3}, AF = 4,$$

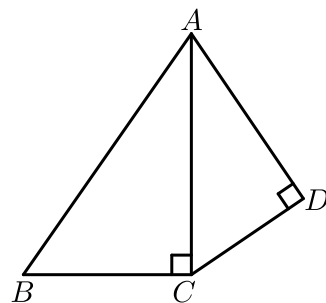
$$\therefore \angle FPE + \angle AEP = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle FPE.$$

$$\begin{aligned}
&\text{又} \angle PFA = \angle C, \\
&\therefore \triangle PFE \sim \triangle ECD, \\
&\therefore \frac{EF}{CD} = \frac{PF}{CE} = \frac{PE}{DE} = \sqrt{3}, \\
&\text{即} \frac{4+6-CE}{CD} = \frac{2\sqrt{3}}{CE} = \sqrt{3}, \\
&\therefore CE = 2, BD = \frac{8\sqrt{3}}{3}, \\
&\therefore BD = 6\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}.
\end{aligned}$$

**【标注】**【知识点】解直角三角形的综合应用

51. 如图,  $\angle ACB = \angle ADC = 90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $AD = 4$ , 当  $AB = \underline{\hspace{2cm}}$  时,  $\triangle ACB$  与  $\triangle ADC$  相似.



**【答案】** 9 或  $\frac{18\sqrt{5}}{5}$

**【解析】** 当  $\triangle ACB \sim \triangle ADC$  时,

$$\begin{aligned}
&\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AC}, \\
&\because AC = 6, AD = 4, \\
&\therefore \frac{6}{4} = \frac{AB}{6}, \\
&\therefore AB = 9,
\end{aligned}$$

在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $AC = 6$ ,  $AD = 4$ ,  $\angle ADC = 90^\circ$ ,

$$\therefore CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = 2\sqrt{5},$$

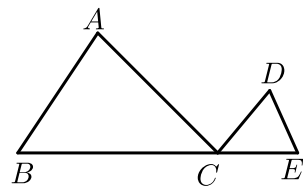
当  $\triangle ACB \sim \triangle CDA$  时,

$$\begin{aligned}
&\frac{AC}{CD} = \frac{AB}{AC}, \\
&\therefore \frac{6}{2\sqrt{5}} = \frac{AB}{6}, \\
&\therefore AB = \frac{18\sqrt{5}}{5},
\end{aligned}$$

故  $AB = 9$  或  $\frac{18\sqrt{5}}{5}$  时,  $\triangle ACB$  与  $\triangle ADC$  相似.

【标注】【知识点】相似三角形的存在性

52. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = 6$ ， $AB = 4$ ，点 $D$ 与点 $A$ 在直线 $BC$ 的同侧，且 $\angle ACD = \angle ABC$ ， $CD = 2$ ，点 $E$ 是线段 $BC$ 延长线上的动点，当 $\triangle DCE$ 和 $\triangle ABC$ 相似时，线段 $CE$ 的长为 \_\_\_\_\_。



【答案】3或 $\frac{4}{3}$

【解析】 $\because \triangle DCE$ 和 $\triangle ABC$ 相似， $\angle ACD = \angle ABC$ ， $AC = 6$ ， $AB = 4$ ， $CD = 2$ ，

$$\therefore \angle A = \angle DCE,$$

$$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{AC}{CE} \text{ 或 } \frac{AB}{CE} = \frac{AC}{CD},$$

$$\text{即 } \frac{4}{2} = \frac{6}{CE} \text{ 或 } \frac{4}{CE} = \frac{6}{2},$$

$$\text{解得 } CE = 3 \text{ 或 } \frac{4}{3}.$$

【标注】【知识点】相似三角形中的动点问题

## 五、位似

### 练习

53. 下列说法正确的是（ ）。

- A. 两个大小不同的正三角形一定是位似图形
- B. 相似的两个五边形一定是位似图形
- C. 所有的正方形都是位似图形
- D. 两个位似图形一定是相似图形

【答案】D

【解析】A、错误．两个大小不同的正三角形不一定是位似图形．

B、错误．相似的两个五边形不一定是位似图形．

C、错误．所有的正方形不一定是位似图形．

D、正确．两个位似图形一定是相似图．

【标注】【知识点】位似图形的定义

54. 下列说法中正确的有 ( ) .

- ①位似图形都相似；
- ②两个等腰三角形一定相似；
- ③两个相似多边形的面积比为 $4:9$ ，则周长的比为 $16:81$ ；
- ④若一个三角形的三边分别比另一个三角形的三边长 $2\text{cm}$ ，那么这两个三角形一定相似．

A. 1个                      B. 2个                      C. 3个                      D. 4个

【答案】 A

【解析】 位似图形一定是相似图形；当等腰三角形三个对应的角不等时，两等腰三角形不一定相似；相似多边形的面积比为边长比的平方，故周长比为 $2:3$ ；当

$\frac{a}{a+2} \neq \frac{b}{b+2} \neq \frac{c}{c+2}$ ，此时三角形不一定相似．所以正确的只有一个1个．

【标注】 【知识点】 相似三角形的性质与判定综合

55. 下列说法正确的是 ( ) .

- A. 分别在 $\triangle ABC$ 的边 $AB$ ， $AC$ 的反向延长线上取点 $D$ ， $E$ ，使 $DE \parallel BC$ ，则 $\triangle ADE$ 是 $\triangle ABC$ 放大后的图形
- B. 两位似图形的面积之比等于位似比
- C. 位似多边形中对应角线之比等于位似比
- D. 位似图形的周长之比等于位似比的平方

【答案】 C

【解析】  $\because$  分别在 $\triangle ABC$ 的边 $AB$ ， $AC$ 的反向延长线上取点 $D$ ， $E$ ，使 $DE \parallel BC$ ，则 $\triangle ADE$ 是 $\triangle ABC$ 放大后的图形，

$\therefore$  选项A错误．

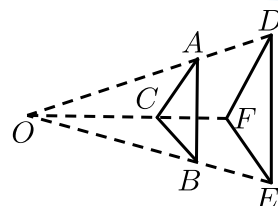
$\therefore$  位似图形是特殊的相似形，满足相似形的性质，

$\therefore$  选项B，选项D错误，正确的是选项C．

【标注】 【知识点】 位似应用

## 练习

56. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是位似图形，相似比为 $2:3$ ，已知 $AB = 4$ ，则 $DE$ 的长为 \_\_\_\_\_ ．



【答案】 6

【解析】 相似比等于位似比，

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore AB = 4,$$

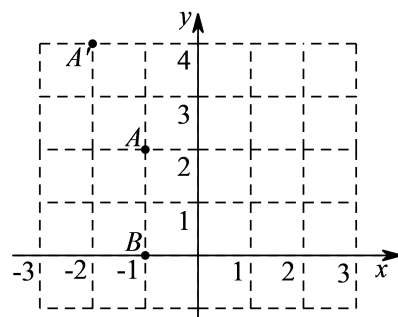
$$\therefore DE = 6.$$

故答案填6.

【标注】 【知识点】 位似图形的性质

57. 如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中，以原点为位似中心，线段 $AB$ 与线段 $A'B'$ 是位似图形，若

$A(-1, 2)$ ， $B(-1, 0)$ ， $A'(-2, 4)$ ，则 $B'$ 的坐标为



A. (2, 4)

B. (1, 0)

C. (-2, 2)

D. (-2, 0)

【答案】 D

【解析】  $\therefore \frac{OA'}{OA} = \frac{2}{1}$

$$\therefore \frac{OB'}{OB} = \frac{2}{1}$$

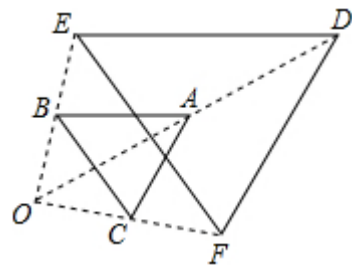
$$\therefore OB = 1$$

$$\therefore OB' = 2$$

$$\therefore B' = (-2, 0).$$

【标注】 【知识点】 位似应用

58. 如图，以点 $O$ 为位似中心，将 $\triangle ABC$ 放大得到 $\triangle DEF$ ．若 $AD = OA$ ，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积之比为（ ）．



- A. 1 : 2                      B. 1 : 4                      C. 1 : 5                      D. 1 : 6

【答案】 B

【解析】  $\because$ 以点 $O$ 为位似中心，将 $\triangle ABC$ 放大得到 $\triangle DEF$ ， $AD = OA$ ，  
 $\therefore OA : OD = 1 : 2$ ，  
 $\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积之比为  $1 : 4$ ．

【标注】 【知识点】 位似图形的性质

59.  $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是位似图形，且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的位似比是 $1 : 2$ ，已知 $\triangle ABC$ 的面积是3，则 $\triangle A'B'C'$ 的面积是（ ）．

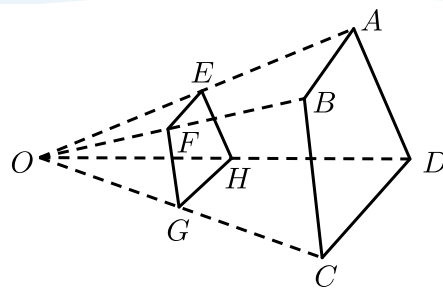
- A. 12                      B. 9                      C. 6                      D. 3

【答案】 A

【解析】  $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是位似图形，位似比是 $1 : 2$ ，  
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，相似比是 $1 : 2$ ，  
 $\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的面积比是  $1 : 4$ ，  
 又 $\because \triangle ABC$ 的面积是3，  
 $\therefore \triangle A'B'C'$ 的面积是12，  
 故答案为： $12$ ．

【标注】 【知识点】 位似应用

60. 如图，四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 位似，位似中心点是 $O$ ， $\frac{OE}{EA} = \frac{3}{4}$ ，则 $\frac{FG}{BC}$ 的值为（ ）．



A.  $\frac{3}{4}$

B.  $\frac{4}{3}$

C.  $\frac{3}{7}$

D.  $\frac{4}{7}$

【答案】 C

【解析】  $\because$  四边形  $ABCD$  与四边形  $EFGH$  位似，其位似中心点是  $O$ ，且  $\frac{OE}{EA} = \frac{3}{4}$ ，

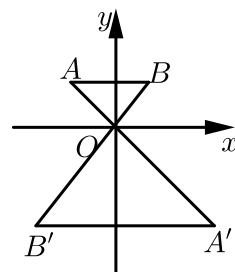
$$\therefore \frac{OE}{OA} = \frac{3}{7},$$

$$\text{则 } \frac{FG}{BC} = \frac{OE}{OA} = \frac{3}{7}.$$

故选 C.

【标注】 【知识点】 位似应用

61. 如图，已知  $\triangle OAB$  与  $\triangle OA'B'$  是相似比为  $1:2$  的位似图形，点  $O$  为位似中心，若  $\triangle OAB$  内一点  $P(x, y)$  与  $\triangle OA'B'$  内一点  $P'$  是一对对应点，则点  $P'$  的坐标为 ( ).



A.  $(-x, -y)$

B.  $(-2x, -2y)$

C.  $(-2x, 2y)$

D.  $(2x, -2y)$

【答案】 B

【解析】  $\because P(x, y)$  的相似比为  $1:2$ ，点  $O$  为位似中心，

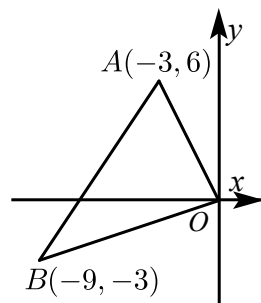
$\therefore P'$  的坐标是  $(-2x, -2y)$ . 故选 B.

【标注】 【知识点】 位似图形的性质

## 练习

62.

如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(-3, 6)$ ， $B(-9, -3)$ ，以原点 $O$ 为位似中心，相似比为 $\frac{1}{3}$ ，把 $\triangle ABO$ 缩小，则点 $A$ 的对应点 $A'$ 的坐标是（ ）。



- A.  $(-1, 2)$                       B.  $(-9, 18)$                       C.  $(-9, 18)$ 或 $(9, -18)$     D.  $(-1, 2)$ 或 $(1, -2)$

**【答案】** D

**【解析】**  $\because A(-3, 6)$ ， $B(-9, -3)$ ，以原点 $O$ 为位似中心，相似比为 $\frac{1}{3}$ ，把 $\triangle ABO$ 缩小，  
 $\therefore$ 点 $A$ 的对应点 $A'$ 的坐标为 $(-3 \times \frac{1}{3}, 6 \times \frac{1}{3})$ 或 $(-3 \times (-\frac{1}{3}), 6 \times (-\frac{1}{3}))$ ，即 $A'$ 点的坐标为 $(-1, 2)$ 或 $(1, -2)$ 。

**【标注】**【知识点】位似图形的性质

63. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标为 $A(5, 0)$ 、 $B(6, 4)$ 、 $C(3, 0)$ ，将 $\triangle ABC$ 以坐标原点 $O$ 为位似中心，以位似比 $2:1$ 进行缩小，则缩小后的点 $B$ 所对应的点的坐标为 \_\_\_\_\_。

**【答案】**  $(3, 2)$ 或 $(-3, -2)$

**【解析】**  $\because$ 点 $B$ 的坐标为 $(6, 4)$ ，以原点为位似中心将 $\triangle ABC$ 缩小，位似比为 $2:1$ ，  
 $\therefore$ 点 $B$ 的对应点的坐标为 $(3, 2)$ 或 $(-3, -2)$

**【标注】**【知识点】位似应用

64. 平面直角坐标系中，点 $E(-4, 2)$ ， $F(-1, -1)$ ，以原点 $O$ 为位似中心，把 $\triangle EFO$ 缩小为 $\triangle E'F'O$ ，且 $\triangle E'F'O$ 与 $\triangle EFO$ 的相似比为 $1:2$ ，则点 $E$ 的对应点 $E'$ 的坐标为（ ）。

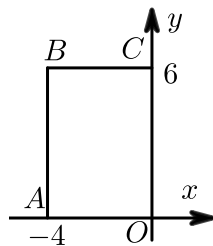
- A.  $(2, -1)$                       B.  $(8, -4)$                       C.  $(2, -1)$ 或 $(-2, 1)$     D.  $(8, -4)$ 或 $(-8, 4)$

**【答案】** C

**【解析】**  $\because$ 点 $E(-4, 2)$ ，以 $O$ 为位似中心，按 $2:1$ 的相似比把 $\triangle EFO$ 缩小为 $\triangle E'F'O$ ，  
 $\therefore$ 点 $E$ 的对应点 $E'$ 的坐标为： $(2, -1)$ 或 $(-2, 1)$ 。  
 故选C。

【标注】【知识点】位似应用

65. 如图，在直角坐标系中，矩形 $OABC$ 的顶点 $O$ 为坐标原点，边 $OA$ 在 $x$ 轴上， $OC$ 在 $y$ 轴上，如果矩形 $OA'B'C'$ 与矩形 $OABC$ 关于点 $O$ 位似，且矩形 $OA'B'C'$ 的面积等于矩形 $OABC$ 面积的 $\frac{1}{4}$ ，那么点 $B'$ 的坐标是（ ）。



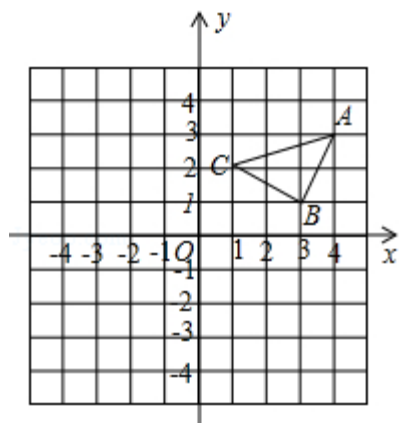
- A.  $(-2, 3)$       B.  $(2, -3)$       C.  $(3, -2)$ 或 $(-2, 3)$       D.  $(-2, 3)$ 或 $(2, -3)$

【答案】D

【解析】∵矩形 $OA'B'C'$ 与矩形 $OABC$ 关于点 $O$ 位似，  
 ∴矩形 $OA'B'C' \sim$ 矩形 $OABC$ ，  
 ∵矩形 $OA'B'C'$ 的面积等于矩形 $OABC$ 面积的 $\frac{1}{4}$ ，  
 ∴位似比为： $\frac{1}{2}$ ，  
 ∴ $B(-4, 6)$ ，  
 ∴ $B'(-2, 3)$ 或 $(2, -3)$ 。  
 故选D。

【标注】【知识点】位似应用

66. 如图，在平面直角坐标系中有 $\triangle ABC$ ，以点 $O$ 为位似中心，相似比为2，将 $\triangle ABC$ 放大，则它的对应顶点的坐标为（ ）。



- A.  $(2, \frac{3}{2})$ ， $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ ， $(\frac{1}{2}, 1)$

- B.  $(8, 6)$ ,  $(6, 2)$ ,  $(2, 4)$   
 C.  $(8, 6)$ ,  $(6, 2)$ ,  $(2, 4)$ 或 $(-8, -6)$ ,  $(-6, -2)$ ,  $(-2, -4)$   
 D.  $(8, -6)$ ,  $(6, -2)$ ,  $(2, -4)$ 或 $(-8, 6)$ ,  $(-6, 2)$ ,  $(-2, 4)$

【答案】C

【解析】由坐标系可知，点A、点B、点C的坐标分别为 $(4, 3)$ ， $(3, 1)$ ， $(1, 2)$ ，  
 $\therefore$ 以点O为位似中心，相似比为2，将 $\triangle ABC$ 放大，  
 则它的对应顶点的坐标为 $(4 \times 2, 3 \times 2)$ ， $(3 \times 2, 1 \times 2)$ ， $(1 \times 2, 2 \times 2)$ 或  
 $(-4 \times 2, -3 \times 2)$ ， $(-3 \times 2, -1 \times 2)$ ， $(-1 \times 2, -2 \times 2)$ ，  
 即 $(8, 6)$ ， $(6, 2)$ ， $(2, 4)$ 或 $(-8, -6)$ ， $(-6, -2)$ ， $(-2, -4)$ 。

【标注】【知识点】位似应用

67. 在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 顶点 $A(2, 3)$ 。若以原点O为位似中心，画 $\triangle ABC$ 的位似图形 $\triangle A'B'C'$ ，使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的相似比为 $\frac{2}{3}$ ，则 $A'$ 的坐标为（ ）。

- A.  $\left(3, \frac{9}{2}\right)$   
 B.  $\left(\frac{4}{3}, 6\right)$   
 C.  $\left(3, \frac{9}{2}\right)$ 或 $\left(-3, -\frac{9}{2}\right)$   
 D.  $\left(\frac{4}{3}, 6\right)$ 或 $\left(-\frac{4}{3}, -6\right)$

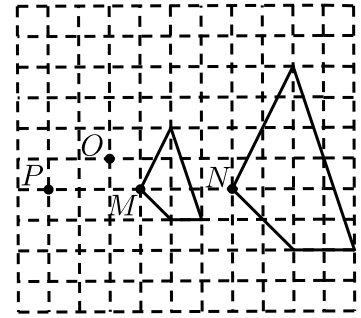
【答案】C

【解析】 $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的相似比为 $\frac{2}{3}$ ，  
 $\therefore \triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 的相似比为 $\frac{3}{2}$ ，  
 $\therefore$ 位似中心为原点O，  
 $\therefore A'\left(2 \times \frac{3}{2}, 3 \times \frac{3}{2}\right)$ 或 $A'\left(-2 \times \frac{3}{2}, -3 \times \frac{3}{2}\right)$ ，  
 即 $A'\left(3, \frac{9}{2}\right)$ 或 $A'\left(-3, -\frac{9}{2}\right)$ 。

【标注】【知识点】位似应用

## 练习

68. 图中两个四边形是位似图形，它们的位似中心是（ ）。



A. 点 $M$

B. 点 $N$

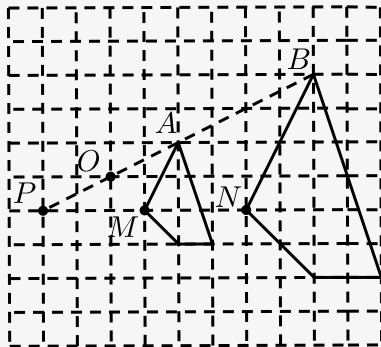
C. 点 $O$

D. 点 $P$

**【答案】** D

**【解析】** 根据位似变换的定义：对应点所在直线交于一点，交点就是位似中心，所以位似中心一定在对应点的连线上。

如图所示，位似中心一定在对应点 $M$ 和 $N$ 所在直线 $MN$ 上，

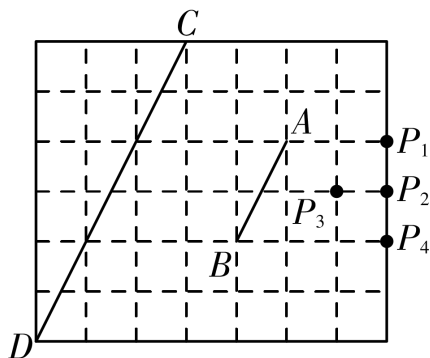


又对应点 $A$ 和 $B$ 所在直线 $AB$ 与 $MN$ 交于点 $P$ ，

所以点 $P$ 为两个图形的位似中心。

**【标注】** 【知识点】 确定位似中心

69. 如图 $6 \times 7$ 的网格中，点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 是格点，线段 $CD$ 是由线段 $AB$ 位似放大得到的，则下列选项中的点，哪个是它们的位似中心( )



A.  $P_1$

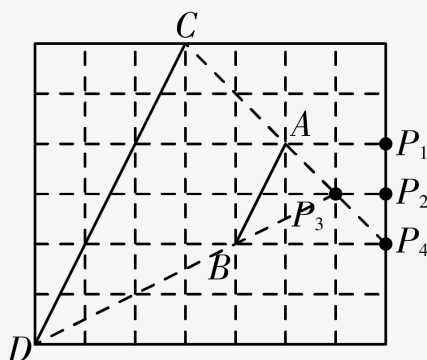
B.  $P_2$

C.  $P_3$

D.  $P_4$

【答案】C

【解析】解：∵如图，连接 $CA$ ， $DB$ ，并分别延长，则交点即为它们的位似中心．

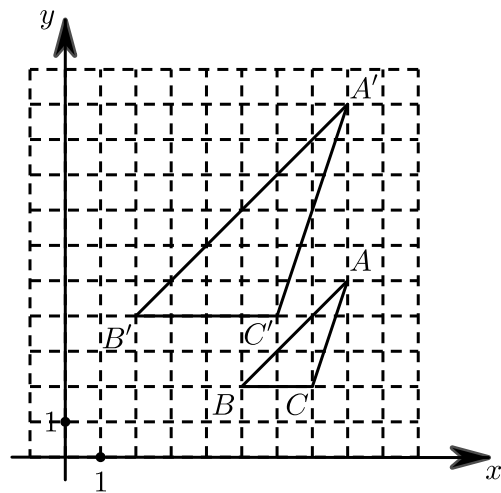


∴它们的位似中心是 $P_3$ ．

故选C．

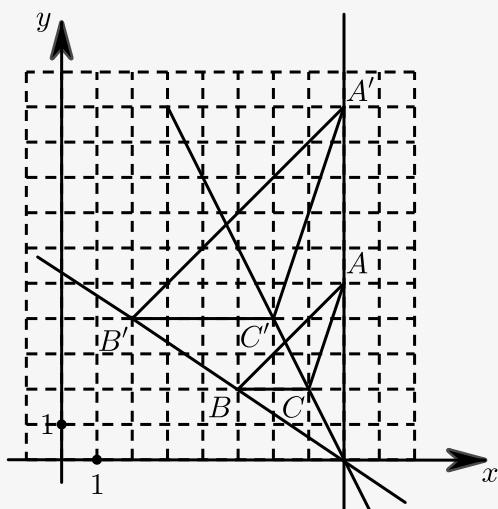
【标注】【知识点】确定位似中心

70. 如图在平面直角坐标系 $xOy$ 中， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 顶点的横、纵坐标都是整数．若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是位似图形，则位似中心的坐标是 \_\_\_\_\_ ．



【答案】(8,0)

【解析】如图所示：连接并延长 $A'A$ 、 $C'C$ 、 $B'B$ 交于一点(8,0)，



交点坐标即为位似中心的坐标 .

故答案为 :  $(8,0)$  .

**【标注】**【知识点】位似应用